（別紙）

タイトル	2024 年度 後期日程入試 情報学部情報学科 小論文理系型問題
評価の ポイント	問 1 平面図形について、論理的に考察し説明できるか 問 2 確率や不等式について、論理的に考察し説明できるか

氏名	

受験番号	

2024年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その1

理 問1-1

P, Q間の距離が最も遠くなるのは線分PQが直径になるときであり、$x = 2$となる。
また、P, Qは異なりさえすればいくらでも近い場所にとることができる。
以上より、求める範囲は以下の通り。
$0 < x \leq 2$

理 問1-2

線分PQを底辺と考えれば、PQから最も遠くなる場所にRを取ればよい。これは、PQの垂直二等分線が円と交わる2つの点のどちらでもこの条件を満たす。よって、これらの点のどちらかをRとすればよく、その時の面積は $S = 1$ である。

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験番号	

2024 年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その 2

理 問 1-3

PQ が円の中心を通らない場合は、PQ の垂直二等分線が円と交わる 2 つの点のうち、円の中心に対して PQ の逆側にある交点を R とすればよい。

$$S(x) = \frac{1}{2}x\left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}+1\right)$$

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験 番号	

2024 年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その 3

理 問 1-4

三角形 PQR の面積が最大になっているとすると、辺 PQ, QR, RP のすべてにおいて、それぞれの残る一つの頂点は問 1-3 で求めた条件を満たしていることが必要である。なぜならば、仮にどこかの辺について残る一つの頂点が問 1-3 の条件を満たしていないとすれば、問 1-3 の条件を満たすように残りの頂点を取り直すことでさらに面積を大きくすることができるからである。
問 1-3 の条件を満たすように頂点をとれば、各底辺に対して残りの二辺は同じ長さであることが必要である。そのため、求める三角形 PQR のすべての辺の長さは等しく、PQR は正三角形であることが必要である。外接円の半径 1 より、各辺の長さは$\sqrt{3}$であり、面積は$S\left(\sqrt{3}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{4}$である。

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験番号	

2024 年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その 4

理 問 2-1

$$P(N,k)=\left(\frac{N-1}{N}\right)^{k-1}=\left(1-\frac{1}{N}\right)^{k-1}.$$

理 問 2-2

$$Q(N,k)=\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{N-2}{N}\right)\cdots\left(\frac{N-k+1}{N}\right)=\left(1-\frac{1}{N}\right)\left(1-\frac{2}{N}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{N}\right)=\frac{(N-1)!}{(N-k)!\,N^{k-1}}=\frac{N!}{(N-k)!\,N^{k}}.$$

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験番号	

2024 年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その 5

理 問 2-3

$n=1$ のときは，左辺も右辺も $1-\frac{1}{N}$ となり，与えられた不等式は成り立つ。

$n=m\geqq 1$ のとき，与えられた不等式は成り立つと仮定する。すなわち，

$$\left(1-\frac{1}{N}\right)^m \geqq 1-\frac{m}{N}$$

と仮定する。このとき，

$$\left(1-\frac{1}{N}\right)^{m+1}=\left(1-\frac{1}{N}\right)^m\left(1-\frac{1}{N}\right)\geqq\left(1-\frac{m}{N}\right)\left(1-\frac{1}{N}\right)=1-\frac{m+1}{N}+\frac{m}{N^2}\geqq 1-\frac{m+1}{N}$$

となるので，与えられた不等式は $n=m+1$ のときに成り立つ。したがって，数学的帰納法により，

任意の自然数 $n\geqq 1$ に対して，不等式

$$\left(1-\frac{1}{N}\right)^n \geqq 1-\frac{n}{N}$$

が成り立つ。ここで証明された不等式と問 2-1 で得られた式により，

$$P(10,5)=\left(1-\frac{1}{10}\right)^4\geqq 1-\frac{4}{10}=\frac{3}{5}.$$

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験番号	

2024年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その6

理 問2-4

問2-2で得られた式と問2-3の不等式により，

$$Q(N,k)=\left(1-\frac{1}{N}\right)\left(1-\frac{2}{N}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{N}\right)\leqq\left(1-\frac{1}{N}\right)^{1}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{2}\cdots\left(1-\frac{1}{N}\right)^{k-1}=\left(1-\frac{1}{N}\right)^{1+2+\cdots+(k-1)}=\left(1-\frac{1}{N}\right)^{\frac{k(k-1)}{2}}.$$

選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	

受験番号	

2024年度 情報学部 後期日程 小論文 解答用紙

理系型・その7

理 問2-5

$n=1$ のときは，左辺も右辺も $1-\frac{1}{N}$ となり，与えられた不等式は成り立つ。

$n=m \geqq 1$ のとき，与えられた不等式は成り立つと仮定する。すなわち，

$$\left(1-\frac{1}{N}\right)^m \leqq 1-\frac{m}{N}+\frac{m(m-1)}{2N^2}$$

と仮定する。このとき，

$$\begin{aligned}\left(1-\frac{1}{N}\right)^{m+1} &= \left(1-\frac{1}{N}\right)^m\left(1-\frac{1}{N}\right) \leqq \left(1-\frac{m}{N}+\frac{m(m-1)}{2N^2}\right)\left(1-\frac{1}{N}\right) = 1-\frac{m+1}{N}+\frac{(m+1)m}{2N^2}-\frac{m(m-1)}{2N^3} \\ &\leqq 1-\frac{m+1}{N}+\frac{(m+1)m}{2N^2}\end{aligned}$$

となるので，与えられた不等式は $n=m+1$ のときに成り立つ。したがって，数学的帰納法により，

任意の自然数 $n \geqq 1$ に対して，不等式

$$\left(1-\frac{1}{N}\right)^n \leqq 1-\frac{n}{N}+\frac{n(n-1)}{2N^2}$$

が成り立つ。ここで証明された不等式と問2-4の不等式により，

$$Q(10,5) \leqq \left(1-\frac{1}{10}\right)^{10} \leqq 1-\frac{10}{10}+\frac{90}{200}=\frac{9}{20}.$$

選 択 欄

※

採 点 欄

※印の欄には記入しないこと